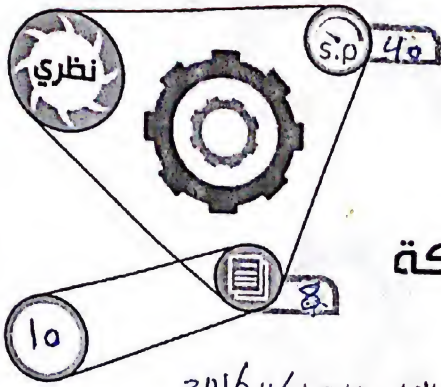


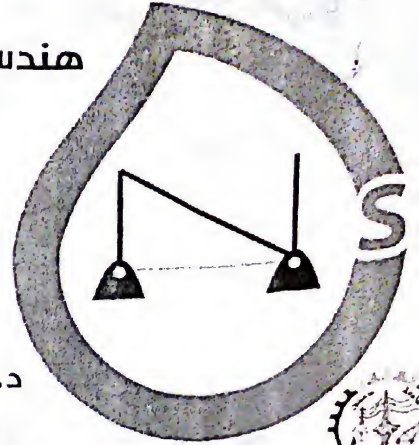
$$A_p^n = A_c$$

$$n = 2 \times 60 \times 12$$



هندسة الميكانيك العام
السنة الأولى

ميكانيك هندسي - حركة



د. حسين حمزة

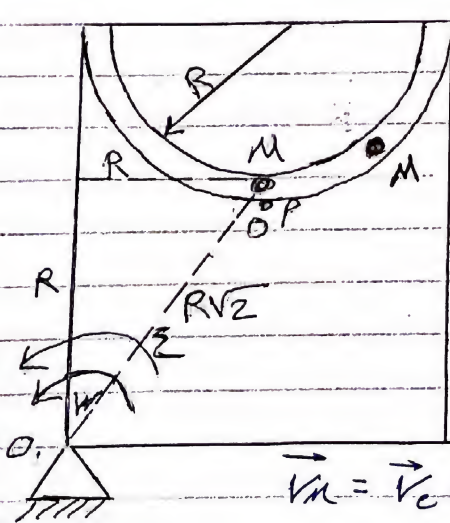
التاريخ 2016/16/5

RBO HAMAK



تحليل الحركة الميكانيكية والنسبية

المسألة الأولى: يدور مربع طول ضلعه $2R$ حول محور عمودي على مستوى وبارف النقطة O وبسرعة زاوية $\omega = 12 \text{ rad/s}$ وبزاوية $\theta = 2 \text{ rad/s}$ في هذه اللحظة وتترك النقطة M في مجرى على شكل قوس في دائرة نصف قطرها $R = 60 \text{ cm}$ وفق العلاقة التالية
 $OM = SR = 30\pi \cdot \cos(\pi \cdot t)$
 زف قدره $t = 3 \text{ sec}$ في بدأ الحركة المطلوب (1) المسافة $OM = SR$ التي قطعها المترك M في لحظة بدأ الحركة (2) سرعة النقطة M في هذه اللحظة (3) زاوية النقطة M في هذه اللحظة.



$$OM = SR = 30\pi \cdot \cos(\pi \cdot t)$$

$$R = 60 \text{ cm}, t = 3 \text{ sec}$$

$$\omega = 12 \text{ rad/s}, \theta = 2 \text{ rad/s}$$

نقوم بإيجاد المسافة SR للنقطة M

في اللحظة $t = 3 \text{ sec}$

$$OM = SR = 30\pi \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot 3}{6}\right) = 0$$

$$\cos\left(\frac{\pi \cdot 3}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

لأن النقطة M كانت متواجدة عند النقطة O

$$\vec{V}_M = \vec{V}_c + \vec{V}_r$$

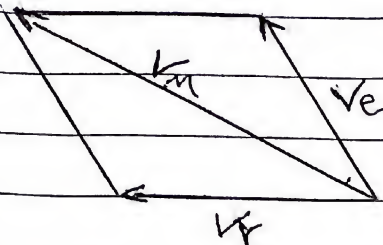
نسبة أولك V_c

$$V_c = V_p = \omega \cdot OM = \omega \cdot R\sqrt{2} \rightarrow$$



$$12 \times 60 \sqrt{2} = 1018,2 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\vec{v}_r = \dot{\vec{r}} = 30\pi \cdot \frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 49,3 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$



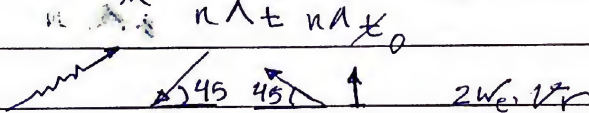
$$\begin{aligned} v_{mx} &= v_e \cos 45 + v_r \\ &= 1018 \cos 45 + 49,3 = 769,1 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

$$v_{my} = v_e \sin 45 = 720 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_m = \sqrt{v_{mx}^2 + v_{my}^2} = \sqrt{(769,1)^2 + (720)^2} = 1053,5 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_m = \sqrt{v_e^2 + v_r^2 + 2v_e v_r \cos 45} = 1053,3 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\vec{A}_m = \vec{A}_e + \vec{A}_r + \vec{A}_c$$



$$A_p = A_e = \omega_e^2 \cdot \rho_p = (12)^2 \times 60 \sqrt{2} = 12218,8 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

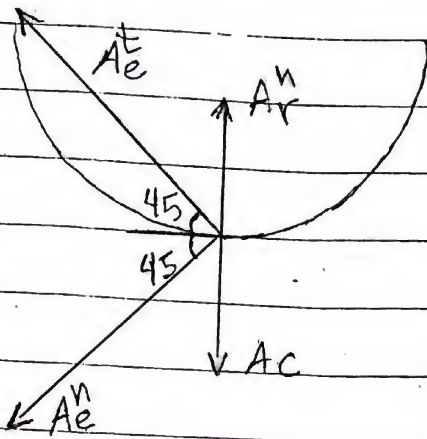
$$A_e^t = \varepsilon_e \cdot \rho_p = 2 \times 60 \times \sqrt{2} = 169,7 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$A_r = \frac{v_r^2}{r} = \frac{(49,3)^2}{60} = 40,5 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$A_r^t = 30 \frac{\pi^2}{6} \cdot \frac{\pi}{6} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$A_c = 2 \cdot \omega_e \cdot v_r = 2 \times 12 \times 49,3 = -1183,2 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$$





$$A_{\mu} = A_e^t \cos 45 + A_e^n \cos 45$$

$$= 169,7 \cos 45 + 12218,8 \cos 45$$

$$= 8759,9 \text{ cm. s}^{-2}$$

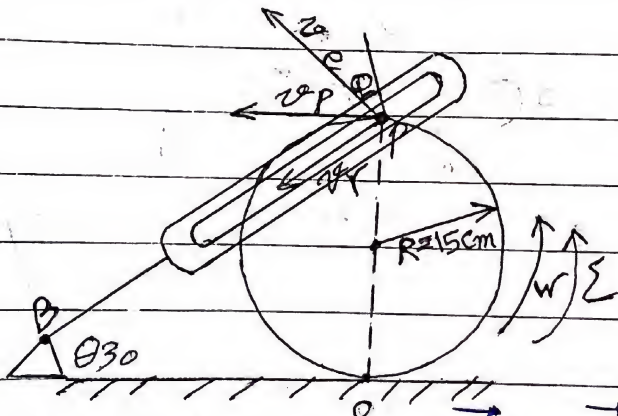
$$A_{\mu y} = A_e^t \sin 45 - A_e^n \sin 45 + A_r^n - A_c$$

$$= 169,7 \sin 45 - 12218,8 \sin 45 + 40,5$$

$$+ 1183,2 = -7295,7 \text{ cm. s}^{-2}$$

$$A_{\mu} = \sqrt{A_{\mu x}^2 + A_{\mu y}^2} = \sqrt{(8759,9)^2 + (-7295,7)^2} = 11400 \text{ cm. s}^{-2}$$

المطلوب : السرعة الزاوية $\omega = 2 \text{ rad. s}^{-1}$



$$\omega = 2 \text{ rad. s}^{-1}$$

$$\epsilon = 4 \text{ rad. s}^{-2}$$

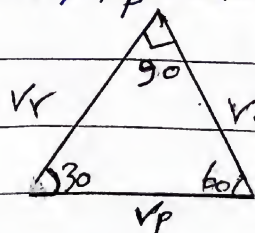
$$R = 15 \text{ cm}$$

المطلوب : السرعة الزاوية $\omega = 2 \text{ rad. s}^{-1}$
والسرعة الزاوية للـ (C.B)

$$\sin \theta = \frac{y_0}{60} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30$$

$$\vec{v}_P = \vec{v}_e + \vec{v}_r$$

$$\vec{v}_P = \omega \cdot 2R \Rightarrow \vec{v}_P = 2 \times 2 \times 15 = 60 \text{ cm. s}^{-1}$$



$$\vec{v}_r = \vec{v}_p - \vec{v}_e$$

$$\sin 60 \quad \sin 90 \quad \sin 30$$

$$v_r = \frac{v_p \sin 60}{\sin 90} = \frac{60 \sin 60}{\sin 90} = 30\sqrt{3} = 52 \text{ cm.s}^{-1}$$

$$v_e = \frac{v_p \sin 30}{\sin 90} = \frac{60 \sin 30}{\sin 90} = 30 \text{ cm.s}^{-1}$$

$$\omega_e = \frac{v_e}{BP} = \frac{30}{60} = 0.5 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\vec{a}_p = \vec{a}_n + \vec{a}_t + \vec{a}_c$$

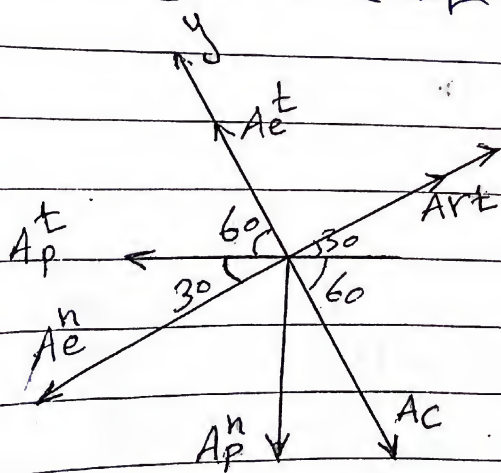
\downarrow \swarrow \searrow \swarrow \searrow

$$A_p^t = 2 \Sigma . R \Rightarrow 2 \times 4 \times 15 = 120 \text{ cm.s}^{-2}$$

$$A_p^n = \omega^2 . R = 4 \times 15 = 60 \text{ cm.s}^{-2}$$

$$A_e^n = \omega_e^2 \times BP = (0.5)^2 \times 60 = 15 \text{ cm.s}^{-2}$$

$$A_c = 2 \omega_e . v_r = 2 \times 0.5 \times 30\sqrt{3} = 30\sqrt{3} \text{ cm.s}^{-2}$$



$$A_p^t \cos 30 - A_p^n \cos 60 = A_e^n + A_r^t$$

$$120 \cos 30 - 60 \cos 60 = 15 + A_r^t$$

$$A_r^t = -11.9 \text{ cm.s}^{-2}$$

$$A_p^t \cos 60 - A_p^n \cos 30 = A_e^t - A_c$$

$$120 \cos 60 - 60 \cos 30 = A_e^t - 30\sqrt{3}$$

$$A_e^t = 59.9 \text{ cm.s}^{-2}$$

مسألة 12. 334

يوجد جسم المتحركة معاً في النقطة M حيث تكون حركة أحدهما في مسار دائري نصف قطره 4 m وبمضيئ لفة الجسم الثاني على امتداد النواص AB الذي يدير بسرعة زاوية ثابتة $\omega_{AB} = 3 \text{ rad/s}$ في الاتجاه الماكس لسيارته عقارب الساعة. المطلوب إيجاد سرعة الجوف الموافقة $\theta = 45^\circ$ ما يلي.

1) شمع حركة الجسم الثاني في المتحركة. 2) دراسة حركة التوجيه.

الكل.

المعطيات:

$$\omega_{AB} = 3 \text{ rad/s}$$

$$\theta = 45^\circ$$

الحركة الدورية: الضابطة على امتداد AB

الحركة الماكسية: دورانية حول A

الحركة الماكسية: دورانية حول O

$$AM = R\sqrt{2}$$

$$\vec{V}_M = \vec{V}_e + \vec{V}_r$$

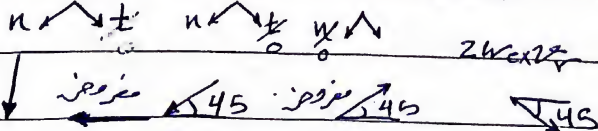


$$V_e = \omega_{AB} \times AM = 3 \times R\sqrt{2} = 3 \times 0.4\sqrt{2} = 1.7 \text{ m/s}$$

$$\uparrow: 0 = V_e \sin 45 - V_r \sin 45 \rightarrow V_e = V_r = 1.7 \text{ m/s}$$

$$\rightarrow V_M = 2V_e \cos 45 = 2 \times 1.7 \cos 45 = 2.4 \text{ m/s}$$

$$A_M = A_e + A_r + A_c$$





$$A_M^n = \frac{v_M^2}{R} = \frac{(2.4)^2}{0.4} = 14.4 \text{ m.s}^{-2}$$

$$A_e^n = \omega_{AB}^2 \times AM = 9 \times 0.4 \sqrt{2} = 5 \text{ m.s}^{-2}$$

$$A_c = 2\omega_e \times 2r = 2 \times 3 \times 1.7 = 10.2 \text{ m.s}^{-2}$$

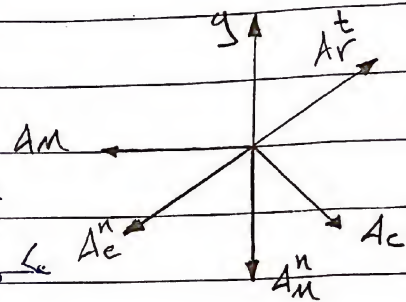
$$\uparrow: -A_M^n = -A_e^n \sin 45 + A_r^t \sin 45 - A_c \sin 45$$

$$A_r^t = \frac{-A_M^n + A_e^n \sin 45 + A_c \sin 45}{\sin 45} = -5.16 \text{ m.s}^{-2}$$

$$\rightarrow: A_M^t = +A_e^n \cos 45 - A_r^t \cos 45 - A_c \cos 45$$

$$A_M^t = 5 \cos 45 + 5.16 \cos 45 - 10.2 \cos 45 = 0 \text{ m.s}^{-2}$$

$$\sum_o \frac{A_M^t}{R} = 0$$



مسألة جديدة

دور الكامة في مستوى أفقي حول النقطة O، بسرعة زاوية $\omega = 3 \text{ rad.s}^{-1}$ ،
 وبسرعة زاوية $\omega = 2 \text{ rad.s}^{-1}$ في مستوى عمودي على مستوى الدوران، وتترك النقطة M على محيط الكامة
 وفق العلاقة $\theta = 75\pi (0.1t + 0.3t^3)$ ،
 اكتب سرعة وتارع النقطة M في $t = 1 \text{ sec}$.

الحل

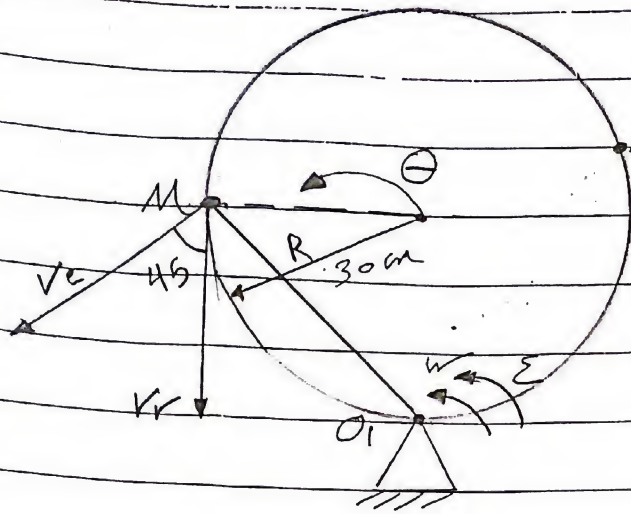
$$\omega_e = 3 \text{ rad.s}^{-1}, \quad R = 30 \text{ cm}$$

$$t = 1 \text{ sec}, \quad \theta = 2 \text{ rad.s}^{-2}$$

$$\omega_M = \omega_r = 75\pi (0.1t + 0.3t^3)$$



نسبة أولاً موضع النقطة M
التي تكون



$$OM = r = 75\pi(0.1t + 0.3t^3)$$

$$sr = 75\pi(0.1 \times 1 + 0.3 \times 1) = 75\pi \times 0.4 = 30\pi = R \cdot \theta \Rightarrow \theta = \pi$$

$$V_M = V_e + V_r$$

$$V_r = \dot{s}r = 75\pi(0.1 + 0.9t^2) = 75\pi = 235.6 \text{ cm.s}^{-1} \quad t=1$$

$$V_e = \omega_e \times OM = 3 \times 50\sqrt{2} = 127.2 \text{ cm.s}^{-1}$$

$$V_{Mx} = V_e \cos 45 = 127.2 \times \cos 45 = 90 \text{ cm.s}^{-1}$$

$$V_{My} = V_e \sin 45 + V_r = 127.2 \times \sin 45 + 235.6 = 325.54 \text{ cm.s}^{-1}$$

$$V_M = \sqrt{V_{Mx}^2 + V_{My}^2} = \sqrt{90^2 + 325.54^2} = 338 \text{ cm.s}^{-1}$$

$$A_M = A_e + A_r + A_c$$

$$A_e^N = \omega_e^2 \times R\sqrt{2} = 9 \times 30\sqrt{2} = 382 \text{ cm.s}^{-2}$$

$$A_e^t = \epsilon \cdot R\sqrt{2} = 2 \times 30\sqrt{2} = 85 \text{ cm.s}^{-2}$$

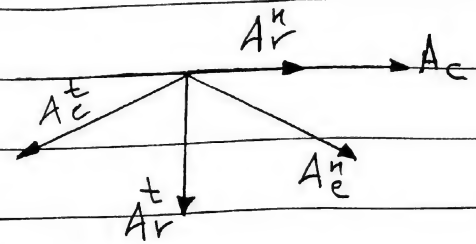
$$A_r^N = \frac{V_r^2}{R} = \frac{(235.6)^2}{30} = 1850 \text{ cm.s}^{-2}$$



$$A_r^t = \dot{r} = 75\pi(1.8t) = 424 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$A_c = 2\omega_c \times r = 2 \times 3 \times 235.6 = 1413.6 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\begin{aligned} \vec{A}_{Mx} &= -A_c^t \cos 45 + A_e^u \cos 45 + A_r^u + A_c \\ &= -85 \cos 45 + 382 \cos 45 + 1850 + 1413.6 \\ &= 3473 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \downarrow A_{My} &= A_e^u \sin 45 + A_c^t \sin 45 + A_r^t \\ &= 382 \sin 45 + 85 \sin 45 + 424 = 754 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2} \end{aligned}$$

$$A_M = \sqrt{A_{Mx}^2 + A_{My}^2} = \sqrt{(3473)^2 + (754)^2} = 3554 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-2}$$

